Känguru der Mathematik 2022
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich – 17. 3. 2022

– Lösungsvektor –

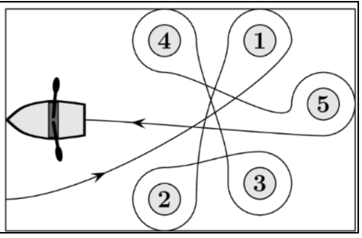
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	E	B	E	E	C	B	C	A	C	D	B	D	D	A	E	C	B	D	D	B	B	D	B	C	A	B	A	C	B

– 3 Punkte Beispiele –

1. Wie viel ist (20+22) : (20−22) = ?
(A) -42 **(B)** -21 (C) -2 (D) 22 (E) 42

Lösung: $(20+22):(20-22) = 42:(-2) = \mathbf{-21}$

2. Meike paddelt mit ihrem Boot um fünf Bojen (siehe Abbildung).
Um welche Bojen paddelt sie im Uhrzeigersinn?
(A) 2, 3 und 4 (B) 1, 2 und 3 (C) 1, 3 und 5 (D) 2, 4 und 5 **(E)** 2, 3 und 5



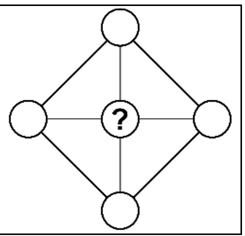
Lösung: Wenn man die Linie entlangfährt, kann man bei jeder Boje beobachten, ob man im oder gegen den Uhrzeigersinn herumfährt. Nur um die **Bojen 2, 3 und 5** wird **im** Uhrzeigersinn gepaddelt.

3. Beate ordnet die fünf gegebenen Karten so an, dass die kleinstmögliche neunstellige Zahl gebildet wird. Welche Karte liegt dann ganz rechts?
(A) $\boxed{4}$ **(B)** $\boxed{8}$ (C) $\boxed{31}$ (D) $\boxed{59}$ (E) $\boxed{107}$

Lösung: Um die kleinste neunstellige Zahl zu bilden, ist es wichtig, dass möglichst weit links die niedrigsten Ziffern liegen. Deshalb nimmt sie 107 als Karte ganz links, dann 31, dann 4, dann 59 und zuletzt **8 ganz rechts**. Würde sie die 8 weiter links zwischen zwei andere Karten geben, würde die Zahl größer werden.

4. Die Zahlen 3, 4, 5, 6, 7 werden in die fünf Kreise der Figur eingetragen. Das Produkt der Zahlen in den vier äußeren Kreisen beträgt 360. Welche Zahl befindet sich im inneren Kreis?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 **(E)** 7



Lösung: Die Zahl 7 ist die einzige der gegebenen, durch die 360 nicht teilbar ist. Deshalb kann sie gar nicht in den vier äußeren Kreisen stehen. Das Produkt der Zahlen 3, 4, 5 und 6 ergibt 360, also befindet sich die Zahl **7** im inneren Kreis.

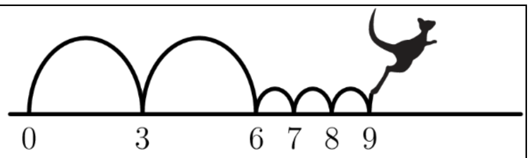
5. Anna, Beatrice und Clara sind zusammen 15 Jahre alt. Anna und Beatrice sind zusammen 11 Jahre alt. Beatrice und Clara sind zusammen 12 Jahre alt. Wie alt ist die Älteste von ihnen?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 **(E)** 8

Lösung: Wenn Anna und Beatrice zusammen 11 Jahre alt sind, muss Clara also 4 Jahre alt sein (weil alle drei bekanntlich 15 Jahre alt sind). Aus der Aussage „Beatrice und Clara sind zusammen 12 Jahre alt" wissen wir dann, dass Beatrice 8 Jahre alt ist. Anna muss folglich 3 Jahre alt sein. Beatrice ist mit ihren **8 Jahren** also die Älteste. Annas Alter hätte nicht einmal mehr berechnet werden müssen, wenn man sich folgendes überlegt: Wenn eine 8 Jahre alt ist, kann niemand mehr älter sein, weil sonst die Alterssumme größer als 15 wäre.

6. Kengu hüpft gerne auf der Zahlengeraden. Er startet bei 0, macht immer zuerst zwei große Sprünge und dann drei kleine Sprünge (siehe Abbildung). Das wiederholt er immer wieder auf die gleiche Art.
Auf welcher der folgenden Zahlen wird er im Laufe seiner Sprünge landen?

(A) 82 (B) 83 **(C)** 84 (D) 85 (E) 86

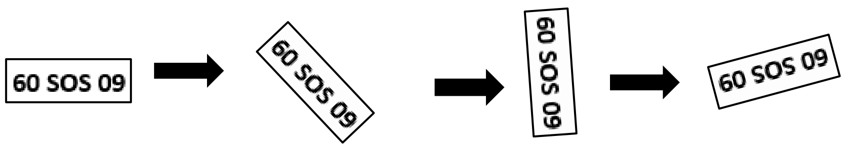


Lösung: Auf den durch 3 teilbaren Zahlen landet Kengu mit Sicherheit (und zudem auch noch auf ein paar anderen). Da die **84** die einzige Antwortmöglichkeit ist, die durch 3 teilbar ist, müssen wir die paar anderen gar nicht mehr betrachten.

7. Otto montiert die Nummerntafel seines Autos verkehrt, d.h. auf den Kopf gestellt. Zum Glück spielt das keine Rolle, denn die Tafel sieht auch so exakt gleich aus.
Welche der folgenden Nummerntafeln könnte die von Otto sein?

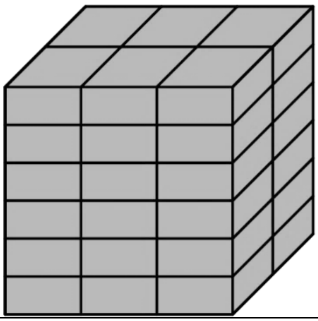
(A) 04 NSN 40 **(B)** 60 SOS 09 (C) 80 BNB 08 (D) 06 HNH 60 (E) 08 NBN 80

Lösung: Die Zahl 4 sowie der Buchstabe B sehen nicht gleich aus, wenn man sie auf den Kopf stellt. Damit können die Antwortmöglichkeiten A, C und E schon ausgeschlossen werden. Die Zahl 6 wird auf den Kopf gestellt zur Zahl 9, die wiederum in Antwortoption D nicht vorkommt. Folglich bleibt nur **60 SOS 09** übrig.



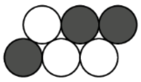
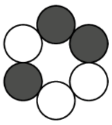
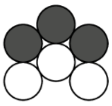
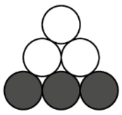
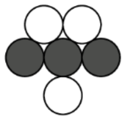
8. Sonja baut aus lauter gleichen Ziegeln den abgebildeten Würfel. Die kürzeste Seite eines Ziegels ist 4 cm lang. Welche Abmessungen in cm besitzt ein Ziegel?

(A) $4 \times 6 \times 12$ (B) $4 \times 6 \times 16$ **(C)** $4 \times 8 \times 12$ (D) $4 \times 8 \times 16$ (E) $4 \times 12 \times 16$

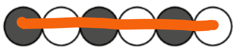
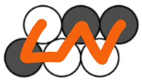


Lösung: Im Würfel liegen jeweils 6 Ziegel übereinander. Da die kürzeste Seite der Ziegel **4 cm** ist, muss die Seitenlänge des Würfels 24 cm (weil 6·4) sein. Wie in der Grafik sichtbar ist, entsprechen 2 der längsten sowie 3 der mittleren Ziegelseiten genau der Würfellänge. Daraus lassen sich die Ziegellängen **8 cm** (mit 24:3) und **12 cm** (mit 24:2) errechnen.

9. Die abgebildete schwarz-weiße Raupe rollt sich zum Schlafen zusammen. Welche Abbildung kann die zusammengerollte Raupe darstellen?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Lösung: Nur bei (A) kann die Raupe „in einer Linie" mit einem Stift nachgefahren werden. Bei den Antwortmöglichkeiten B bis E ist das abwechselnde Auftreten von schwarzen und weißen Kreisen nicht möglich.

10. Gerhard schreibt die Summe der Quadrate zweier Zahlen. Leider ist etwas Tinte ausgelaufen (siehe Abbildung), und so können wir nicht alle Ziffern lesen. Wie lautet die letzte Ziffer der ersten Zahl?

(A) 3 (B) 4 **(C)** 5 (D) 6 (E) 7

Lösung: Es genügt, die letzten Ziffern zu betrachten. In der zweiten Klammer wird am Schluss die Ziffer 2 quadriert, was bedeutet, dass das Quadrat dieser Zahl die Ziffer 4 an der Einerstelle haben muss. Die Summe der jeweils letzten Ziffer der quadrierten Zahlen muss 9 ergeben, folglich ist die 5 die letzte Ziffer der quadrierten ersten sowie damit auch der ersten Zahl (weil unter den Antwortmöglichkeiten **5** die einzige Zahl ist, deren Quadratzahl auch eine 5 an der Einerstelle aufweist).

– 4 Punkte Beispiele –

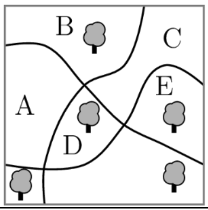
11. In folgender Rechnung gibt es fünf Lücken. Adriana möchte in vier dieser Lücken ein „+“ setzen und in eine ein „−“, sodass die Gleichung richtig ist. Wo muss sie das „−“ setzen?

$$6 \square 9 \square 12 \square 15 \square 18 \square 21 = 45$$

(A) zwischen 6 und 9 (B) zwischen 9 und 12 (C) zwischen 12 und 15
(D) zwischen 15 und 18 (E) zwischen 18 und 21

Lösung: Setzt man das **Minus zwischen 15 und 18**, ist die Gleichung korrekt:
$6 + 9 + 12 + \mathbf{15} - \mathbf{18} + 21 = 45$

12. In einem Park befinden sich 5 Bäume und 3 Wege, wie auf der Karte abgebildet. Ein weiterer Baum wird so gepflanzt, dass sich auf beiden Seiten eines jeden Weges gleich viele Bäume befinden. In welchem Abschnitt des Parks wird der neue Baum gepflanzt?

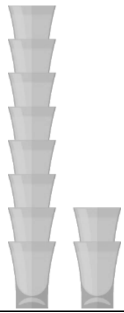


(A) A **(B)** B (C) C (D) D (E) E

Lösung: Der Weg, der von unten nach oben führt, hat drei Bäume auf seiner rechten und zwei auf seiner linken Seite. Folglich muss ein Baum in A oder B gepflanzt werden. Unterhalb des Weges, der von oben links nach unten rechts führt, gibt es schon drei Bäume, während oberhalb nur zwei Bäume stehen. Wenn also in **B** ein neuer Baum gepflanzt wird, sind auf jeder Seite eines jeden Weges genau drei Bäume.

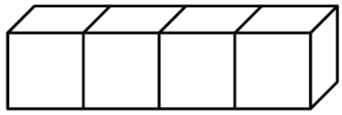
13. Der Abstand zwischen zwei Regalbrettern in Monikas Küche beträgt 36 cm. Sie weiß, dass ein Stapel mit 8 gleichen Gläsern 42 cm hoch ist und ein Stapel mit 2 solchen Gläsern 18 cm hoch ist. Wie viele Gläser hat der höchste Stapel, der zwischen zwei Regalbretter passt?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 **(D)** 6 (E) 7



Lösung: Ein Stapel mit 8 Gläsern ist 42 cm hoch und ein Stapel mit 2 Gläsern ist 18 cm hoch, also sind die 6 herausschauenden Teile der Gläser, die der erste Stapel mehr enthält, in Summe 24 cm hoch. Also erhöht sich ein Stapel um 4 cm, wenn ein weiteres Glas hinzugefügt wird. Wenn man auf den zweiten Stapel 4 weitere Gläser stapelt (sodass der Stapel aus **6** Gläsern besteht), ergibt sich eine Gesamthöhe von 34 cm (wegen $18 + 4 \cdot 4 = 34$). Ein weiteres Glas würde bei einer Regalhöhe von 36 cm also nicht hineinpassen.

14. Auf einem gewöhnlichen Spielwürfel ist die Summe der Augenzahlen auf gegenüberliegenden Seiten immer 7. Vier derartige Spielwürfel werden wie abgebildet zusammengeklebt. Wie viele Augen sieht man mindestens auf der gesamten Oberfläche des entstandenen Körpers?



(A) 52 (B) 54 (C) 56 **(D)** 58 (E) 60

Lösung: Die Vorder- und Rückseiten bzw. Ober- und Unterseite der abgebildeten Würfel ergeben in Summe jeweils 7 (also pro Würfel 14). Deshalb sind nur die Flächen rechts und links ausschlaggebend dafür, wie groß die Summe auf der gesamten Oberfläche wird. Wenn bei den äußeren Würfeln die 6 nach innen geklebt wird, sind die Einsen jeweils sichtbar. Somit ergibt sich als kleinste Augensumme auf der Gesamtoberfläche **58** (wegen $4 \cdot 14 + 2 = 58$).

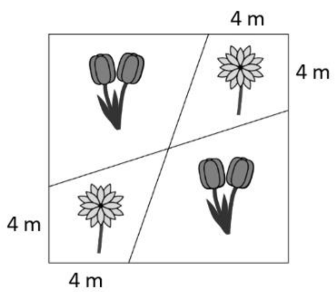
15. Wie viele ganze Zahlen zwischen 100 und 300 haben nur ungerade Ziffern?

(A) 25 (B) 50 (C) 75 (D) 100 (E) 150

Lösung: Die ungeraden Ziffern sind 1, 3, 5, 7, 9. Als erste Ziffer können wir also nur die 1 benutzen, als zweite und dritte Ziffer sind jeweils alle 5 ungeraden Ziffern möglich. Also beträgt die Anzahl der möglichen ganzen Zahlen zwischen 100 und 300 genau $1 \cdot 5 \cdot 5 = \mathbf{25}$.

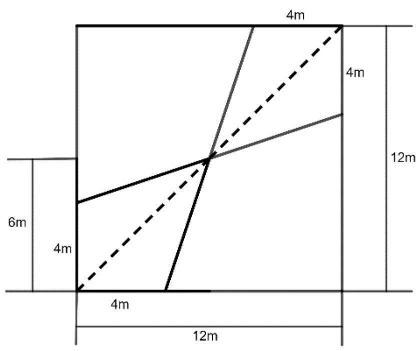
16. Der Gärtner Toni setzt Tulpen  und Sonnenblumen  in einem quadratischen Beet mit der Seitenlänge 12 m, wie im Bild zu sehen ist. Wie groß ist der Flächeninhalt des Bereichs, der mit Sonnenblumen bepflanzt wird?

(A) 36 m² (B) 40 m² (C) 44 m² (D) 46 m² **(E)** 48 m²



Lösung: Zerlegt man die Deltoide, die mit Sonnenblumen bepflanzt werden, wie in der Abbildung, so erhält man vier Dreiecke mit den jeweiligen Flächeninhalten $A = \frac{4 \cdot 6}{2}$.

Somit hat der gesamte Bereich den Flächeninhalt $4 \cdot \frac{4 \cdot 6}{2} = \mathbf{48\ m^2}$.



17. In meinem Büro gibt es zwei Uhren. Eine davon geht in jeder Stunde um eine Minute vor und die andere geht in jeder Stunde um zwei Minuten nach. Gestern habe ich beide auf die richtige Zeit gestellt, aber als ich sie heute angesehen habe, hat eine Uhr 11:00 angezeigt und die andere 12:00.
Zu welcher Uhrzeit habe ich die Uhren gestern gestellt?

(A) 23:00 (B) 19:40 **(C)** 15:40 (D) 14:00 (E) 11:20

Lösung: Eine Uhr zeigt nach 59 Minuten, die andere nach 62 Minuten eine volle Stunde an. Nach x Stunden unterscheiden sie sich um 60 Minuten, daher: $62 \cdot x - 59 \cdot x = 60 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot x = 60 \quad \Leftrightarrow \quad x = 20$ Stunden

Rechnet man von 11 Uhr bzw. 12 Uhr 20 Stunden zurück, so muss der Zeitpunkt des Uhrenstellens zwischen 15 Uhr und 16 Uhr gewesen sein. Da die eine Uhr 40 (wegen $20 \cdot 2$) Minuten vor geht und die andere 20 Minuten nach geht, muss der Zeitpunkt um **15:40 Uhr** gewesen sein.

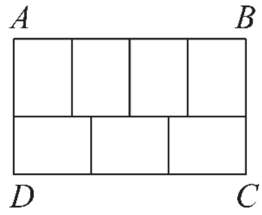
18. Werner hat einige Zahlen, deren Summe 22 ist, auf einem Blatt aufgeschrieben. Ria hat dann jede von Werners Zahlen von der Zahl 7 subtrahiert und diese Ergebnisse ebenfalls aufgeschrieben.
Die Summe von Rias Zahlen beträgt 34. Wie viele Zahlen hat Werner notiert?

(A) 7 **(B)** 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Lösung: Sei $n \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Zahlen und seien $x_1, x_2, \ldots, x_n$ die Zahlen, die Werner aufgeschrieben hat. Es gilt $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 22$. Nun subtrahiert Ria jede dieser Zahlen von der 7 und erhält die Summe 34:
$7 - x_1 + 7 - x_2 + \ldots + 7 - x_n = 34 \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot 7 - (x_1 + x_2 + \ldots + x_n) = 34$

Und weil die Summe von Werners Zahlen bekannt ist, gilt weiter: $n \cdot 7 - 22 = 34 \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot 7 = 56 \quad \Leftrightarrow \quad n = \mathbf{8}$

19. Das große Rechteck *ABCD* besteht aus 7 zueinander kongruenten Rechtecken (siehe Abbildung). Wie lautet das Verhältnis $\frac{AB}{BC}$?



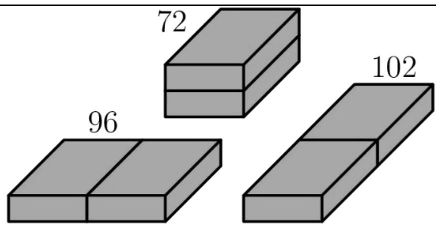
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{8}{5}$ **(D)** $\frac{12}{7}$ (E) $\frac{7}{3}$

Lösung: Die Länge der kürzeren Seite der kleinen Rechtecke wird mit x, die der längeren Seite wird mit y bezeichnet. Da AB=DC ist, gilt auch $4 \cdot x = 3 \cdot y$ und somit $y = \frac{4x}{3}$.

Nun wird das Verhältnis $\frac{AB}{BC}$ betrachtet:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{4x}{x+y} = \frac{4x}{x + \frac{4x}{3}} = \frac{4x}{\frac{3x+4x}{3}} = \frac{4x}{\frac{7x}{3}} = \frac{12x}{7x} = \mathbf{\frac{12}{7}}$$

20. Zwei gleiche Ziegel können wie abgebildet auf drei verschiedene Arten Seite an Seite gelegt werden. Die Oberflächeninhalte der drei resultierenden Quader betragen 72, 96 und 102 cm².
Wie groß ist der Oberflächeninhalt (in cm²) von einem Ziegel?



(A) 36 (B) 48 (C) 52 **(D)** 54 (E) 60

Lösung: Die Kantenlängen eines Ziegels werden mit x, y und z bezeichnet. Für die Oberfläche eines Ziegels gilt die Formel $O = 2xy + 2xz + 2yz$.

Für die entstehenden Quader gelten daher die Formeln:

$2xy + 4xz + 4yz = 102$

$4xy + 2xz + 4yz = 96$

$4xy + 4xz + 2yz = 72$

Addiert man diese Gleichungen, so erhält man:

$10xy + 10xz + 10yz = 270$ und dividiert man diese Gleichung durch 5, so erhält man für den Oberflächeninhalt:

$2xy + 2xz + 2yz = \mathbf{54}$.

5 Punkte Beispiele

21. Jenny schreibt Zahlen so in die Felder einer 3 × 3 - Tabelle, dass die Summen der vier Zahlen in jedem der vier 2 × 2 - Bereiche der Tabelle gleich sind. Die Zahlen in drei Eckfeldern sind in der Figur bereits zu sehen. Welche Zahl schreibt sie in das vierte Eckfeld?

2		4
?		3

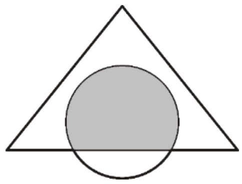
(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Lösung: Legt man im 2 × 2 - Bereich links oben drei beliebige Zahlen fest und ergänzt entsprechend die Summen in den 2 × 2 - Bereichen rechts oben und links unten, so erhält man im vierten Eckfeld immer die **1**, wie in den Beispielen zu sehen. Im linken Beispiel lautet die Summe der 2 × 2– Bereiche $x + y + z + 2$, im rechten Beispiel lautet die Summe 10.

2	y	4
z	x	z-2
1	y+1	3

2	3	4
4	1	2
1	4	3

22. Eine Figur besteht aus einem Dreieck und einem Kreis, die sich teilweise überlappen.
Die graue Fläche beträgt 45 % der Gesamtfläche der Figur.
Der weiße Teil der Dreiecksfläche beträgt 40 % der Gesamtfläche der Figur.
Wieviel Prozent der Kreisfläche hat der außerhalb des Dreiecks liegende weiße Teil?



(A) 20 % (B) 25 % (C) 30 % (D) 35 % (E) 50 %

Lösung: Die Gesamte Fläche hat 100%, die graue Fläche hat 45% und die weiße Dreiecksfläche hat 40%. Folglich muss die weiße Kreisfläche 15% entsprechen, da 100% - 45% - 40% = 15%.

Das bedeutet, dass die Kreisfläche insgesamt 60% der Gesamtfläche entspricht. Den Anteil des weißen Teils der Kreisfläche an der gesamten Kreisfläche berechnet man mit: $\frac{15}{15+45} = \frac{15}{60} = 0{,}25 \longrightarrow \mathbf{25}\%$.

23. Von den Zahlen 1 bis 8 wird in jeden der abgebildeten Kreise genau eine hineingeschrieben. Bei jedem der fünf geraden Pfeile werden die drei Zahlen in den Kreisen, die auf diesem Pfeil liegen, multipliziert. Ihr Produkt steht dann bei der Pfeilspitze. Wie groß ist die Summe der Zahlen, die in den drei Kreisen der untersten Reihe der Figur liegen?

(A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 17 (E) 19

Lösung: Da $30 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ und $28 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ muss im ersten Feld (erste Zeile ganz links) die Zahl 1 stehen, da jede Ziffer lediglich einmal vorkommen darf und die Zahl 1 der einzige gemeinsame Teiler ist, der einmal vorkommt. Folglich bleiben für die zwei übrigen Werte in der ersten Zeile lediglich die Zahlen 5 und 6 übrig. Da 5 kein Teiler von 48 ist, kommt an die zweite Stelle die Zahl 6 und somit an dritter Stelle die Zahl 5. In der zweiten Zeile kommt an die zweite Stelle die Zahl 3, da die Zahl 3 sowohl von 144 als auch von 105 ein Teiler ist. So bleibt für die Zahl in der dritten Zeile, in der Mitte, die Zahl 7 übrig. Folglich muss in der zweiten Zeile an erster Stelle die Zahl 4 sein. Somit ergibt sich, dass in der dritten Zeile an erster Stelle die Zahl 2 und an dritter Stelle die Zahl 8 ist, da nur so das Produkt der Pfeile dem vorgegeben Produkt entspricht.
Die Summe der Zahlen in den drei grauen Kreisen ist also $7 + 2 + 8 = \mathbf{17}$.

24. Mit dem Fahrrad benötigt Marc für die Strecke von zuhause in die Schule und wieder zurück 20 Minuten. Er fährt dabei auf der ganzen Strecke mit derselben Geschwindigkeit. Zu Fuß benötigt er für dieselbe Strecke 60 Minuten. Auch zu Fuß geht er immer gleich schnell.
Gestern fuhr Marc mit dem Fahrrad nur bis zu Evas Haus, welches auf dem Weg zur Schule liegt. Er ließ dort das Rad stehen und legte den Rest des Weges zu Fuß zurück. Am Heimweg ging er zuerst zu Fuß bis zu Evas Haus und fuhr dann von dort mit dem Fahrrad nach Hause. Er benötigte daher für den gesamten Weg (zuhause – Schule – zuhause) 52 Minuten. Welchen Anteil seines Weges hat er auf dem Fahrrad zurückgelegt?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

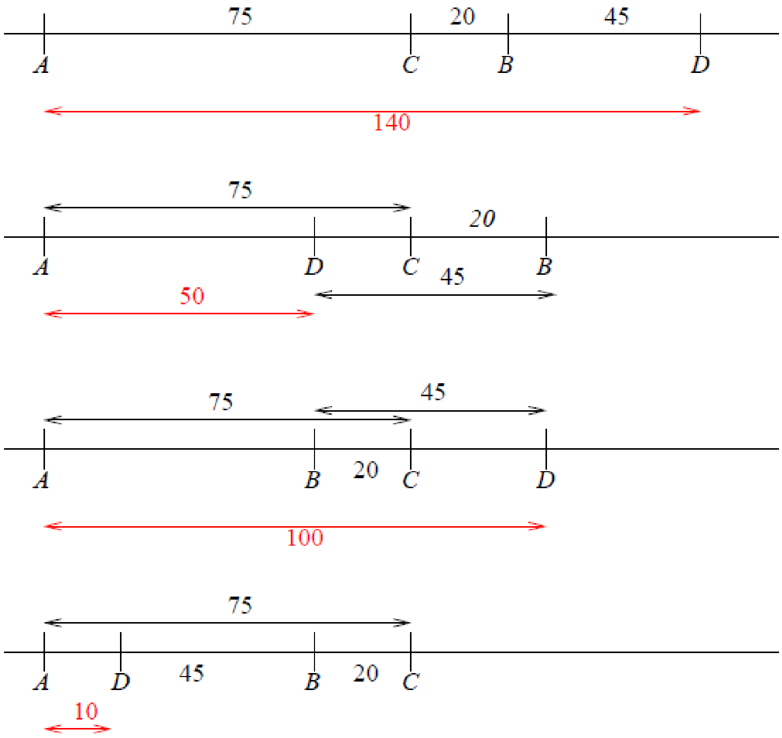
Lösung: Der Anteil des Weges, den Marc mit dem Rad zurücklegt, wird mit r bezeichnet. Somit fährt er mit dem Rad $20 \cdot r$ Minuten lang und zu Fuß geht er $60 \cdot (1-r)$ Minuten lang. Daraus ergibt sich die Gleichung:

$$20 \cdot r + 60 \cdot (1-r) = 52 \quad \Leftrightarrow \quad -40r = -8 \quad \Leftrightarrow \quad r = \mathbf{\frac{1}{5}}.$$

25. Die vier Orte *A, B, C* und *D* liegen (nicht notwendigerweise in dieser Reihenfolge) entlang einer geraden Straße. Die Orte *A* und *C* sind 75 km voneinander entfernt, *B* und *D* 45 km voneinander und *B* und *C* 20 km voneinander. Welche der folgenden Entfernungen kann **nicht** der Abstand von *A* zu *D* sein?

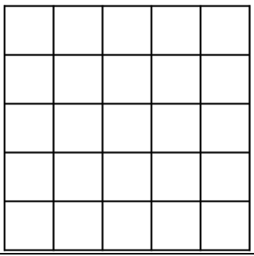
(A) 10 km (B) 50 km **(C)** 80 km (D) 100 km (E) 140 km

Lösung: Je nach Anordnung der Orte können vier Situationen entstehen:



Somit kann die Entfernung von A zu D nicht **80 km** sein.

26. Ein Maler will 2 Liter blauer Farbe mit 3 Litern gelber Farbe mischen, um 5 Liter grüner Farbe zu erhalten. Er verwendet irrtümlich 3 Liter blauer Farbe und 2 Liter gelber Farbe, womit er den falschen Grünton erzeugt. Wie viel dieser grünen Farbe muss er mindestens wegschütten, damit er aus dem Rest durch Hinzufügung von blauer oder gelber Farbe genau 5 Liter Farbe mit dem erwünschten Grünton erhalten kann?



(A) $\frac{5}{3}$ Liter (B) $\frac{3}{2}$ Liter (C) $\frac{2}{3}$ Liter (D) $\frac{3}{5}$ Liter (E) $\frac{5}{9}$ Liter

Lösung: Der Anteil an gelber Farbe soll $\frac{3}{5}$ betragen. Der Maler verwendet zum Schluss x Liter der falsch gemischten Farbe und mischt $(5-x)$ Liter gelber Farbe dazu, um das richtige Mischverhältnis zu erhalten. Dementsprechend schüttet er auch $(5-x)$ Liter der falsch gemischten Farbe weg.

Für die Liter an falsch gemischter Farbe erhält man die Gleichung:

$$x \cdot \frac{2}{5} + (5-x) = 5 \cdot \frac{3}{5} \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{3}{5}x = -2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{10}{3}$$

Er benötigt also $\frac{10}{3}$ Liter der falsch gemischten Farbe und muss $5 - \frac{10}{3} = \mathbf{\frac{5}{3}}$ **Liter** dieser Farbe wegschütten.

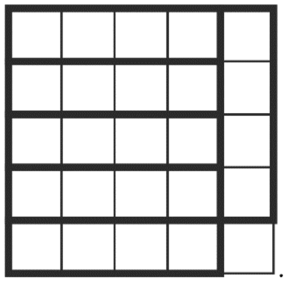
Alternativlösung:

Noch eine Alternativlösung zur Farbe, die ganz ohne Formeln auskommt: Die Mischung enthält derzeit 3 Liter blaue Farbe, soll am Ende aber nur 2 Liter enthalten. Um die blaue Farbe auf die gewünschte Menge zu reduzieren, muss man daher $\frac{1}{3}$ der Mischung wegschütten, also $\frac{5}{3}$ Liter.

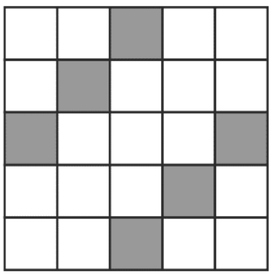
27. Wie viele Felder eines 5×5 - Rasters müssen mindestens gefärbt werden, sodass jedes mögliche 1×4 - Rechteck bzw. jedes 4×1 - Rechteck im Raster mindestens ein gefärbtes Feld enthält?

(A) 5 **(B)** 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Lösung: Wie in der Abbildung rechts zu sehen ist, können beispielsweise diese sechs 1×4 bzw. 4×1–Rechtecke eingezeichnet werden.



Folglich müssen mindestens **6** Flächen eingefärbt werden, zum Beispiel die folgenden:



Dies ist als ein Beispiel gegeben. Durch Ausprobieren oder geschicktes Überlegen findet man schnell heraus, dass mit nur 5 gefärbten Feldern stets eine Möglichkeit gefunden werden könnte, sodass ein 1×4– oder 4×1–Rechteck kein gefärbtes Feld enthält. Damit müssen es mindestens 6 gefärbte Felder sein.

28. Mowgli fragt einen Bären und einen Panther nach dem Wochentag. Der Bär lügt immer am Montag, Dienstag und Mittwoch. Der Panther lügt immer am Donnerstag, Freitag und Samstag. An den übrigen Tagen sagen die beiden immer die Wahrheit. Der Bär sagt: „Gestern war einer meiner Lügentage.“ Der Panther sagt: „Gestern war auch einer meiner Lügentage.“ An welchem Wochentag hat diese Unterhaltung stattgefunden?

(A) Donnerstag (B) Freitag (C) Samstag (D) Sonntag (E) Montag

Lösung: Sagt der Bär die Wahrheit, so muss die Unterhaltung am **Donnerstag** gewesen sein, da dies der einzige Tag ist, dessen Vortag ein Lügentag war. Der Donnerstag ist ein Lügentag des Panthers und tatsächlich hatte er am Vortag einen Wahrheitstag, also hat er gelogen.

29. Auf einer Geraden sind einige Punkte markiert. Renate markiert zwischen jedem Paar benachbarter Punkte einen weiteren Punkt. Diesen Vorgang wiederholt sie drei weitere Male.
Nun gibt es 225 markierte Punkte auf der Geraden. Wie viele Punkte waren zu Beginn markiert?

(A) 10 (B) 12 **(C)** 15 (D) 16 (E) 25

Lösung: Zwischen zwei Punkten werden jeweils 15 Punkte eingezeichnet. Sei $n \in \mathbb{N}$ die Anzahl der zu Beginn markierten Punkte, so werden $(n-1)$-mal jeweils 15 Punkte eingezeichnet. So entsteht die Gleichung:

$$15 \cdot (n-1) + n = 225 \quad \Leftrightarrow \quad 16 \cdot n - 15 = 225 \quad \Leftrightarrow \quad n = \mathbf{15}$$

30. In sieben Parks leben insgesamt 2022 Kängurus und einige Koalas. In jedem Park leben so viele Kängurus wie es Koalas in allen anderen Parks zusammen gibt. Wie viele Koalas leben insgesamt in den sieben Parks?

(A) 288 **(B)** 337 (C) 576 (D) 674 (E) 2022

Lösung: Seien A, B, C, D, E, F und G die Anzahlen der Kängurus in jedem Park und a, b, c, d, e, f und g die Anzahlen der Koalas. So gilt $A+B+C+D+E+F+G=2022$ und außerdem:

$$A = b+c+d+e+f+g$$

$$B = a+c+d+e+f+g$$

$$C = a+b+d+e+f+g$$

$$D = a+b+c+e+f+g$$

$$E = a+b+c+d+f+g$$

$$F = a+b+c+d+e+g$$

$$G = a+b+c+d+e+f$$

Und somit, wenn man alle Gleichungen addiert:

$A+B+C+D+E+F+G = 6a+6b+6c+6d+6e+6f+6g$ bzw.

$2022 = 6a+6b+6c+6d+6e+6f+6g$ und somit für die Anzahl an Koalas:

$\mathbf{337} = a+b+c+d+e+f+g$