KÄNGURU DER MATHEMATIK 2018
15. 3. 2018

Kategorie: Student, Schulstufe: 11 – 13

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Ich melde mich zur Teilnahme zum österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik 2018“ an.
Ich stimme zu, dass meine personenbezogenen Daten, nämlich Vor- und Zuname, Geschlecht, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart
1.) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen verwendet werden.

JA □ NEIN □

2.) zum Zweck der landes- sowie österreichweiten Reihungen, der Veröffentlichung der Ergebnisse jener Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Kategorie zumindest 50 % der zu vergebenden Punkte erreicht haben sowie des Ermöglichens von Vergleichen mit eigenen Leistungen aus vorherigen Wettbewerbsperioden auf www.kaenguru.at verwendet werden.

JA □ NEIN □

Die Zustimmung zu Punkt 2) kann nur bei einer bejahenden Zustimmung zu Punkt 1) gegeben werden. Nur Teilnehmer mit Zustimmung zu Punkt 2) werden für landes- bzw. österreichweite Siegerehrungen in Betracht gezogen.
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember 2019 gestattet. Diese Zustimmung kann ich gemäß § 8 Abs. 1 Z 2 DSG 2000 ohne Begründung jederzeit schriftlich bei webmaster@kaenguru.at widerrufen, unter Angabe folgender Informationen zur Identifizierung:

- Vor- und Zuname des Teilnehmers
- Schulstufe und Schule des Teilnehmers (genaue Adresse)
- Jahr des Wettbewerbs

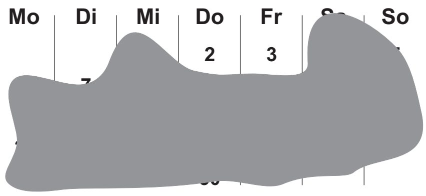
Nach dem 31. Dezember 2019 werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei das zuletzt genannte Datum durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art pseudonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage von § 46 Abs. 1 Z 3 DSG 2000 erlaubt. DVR-Nummer: 300 37 06

Unterschrift:

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.math.aau.at/OeMO

Känguru der Mathematik 2018
Gruppe Student (ab 11. Schulstufe)
Österreich - 15. 3. 2018

- 3 Punkte Beispiele -

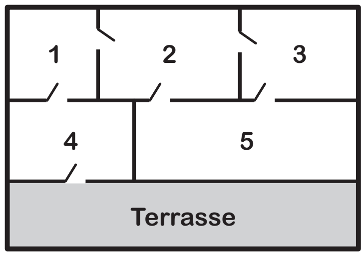


1. Im Bild sehen wir das Kalenderblatt eines bestimmten Monats. Leider ist Tinte über einen Teil des Blatts geronnen. An welchem Wochentag war der 27. dieses Monats?

(A) Montag (B) Mittwoch (C) Donnerstag (D) Samstag (E) Sonntag

2. Welcher der folgenden Ausdrücke hat den größten Wert?

(A) $2-0\cdot1+8$ (B) $2+0\cdot1\cdot8$ (C) $2\cdot0+1\cdot8$ (D) $2\cdot(0+1+8)$ (E) $2\cdot0+1+8$

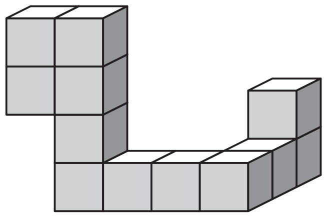


3. In der Zeichnung sehen wir den Grundriss von Renates Haus. Renate betritt ihr Haus von der Terrasse und geht durch jede Tür des Hauses genau ein Mal. In welchem Zimmer befindet sie sich dann?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

4. Thor hat sieben Steine und einen Hammer. Schlägt er mit dem Hammer auf einen Stein, zerbricht dieser in fünf kleine Steine. Er macht dies einige Male. Welche der folgenden kann die Anzahl der Steine sein, die er danach hat?

(A) 17 (B) 20 (C) 21 (D) 23 (E) 25

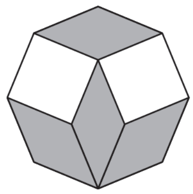


5. In der Zeichnung sehen wir ein Objekt, das aus 12 miteinander verklebten Würfeln besteht. Das Objekt wird in Farbe getaucht, sodass es außen vollständig neu gefärbt wird. Wie viele kleine Würfel haben danach genau vier gefärbte Seitenflächen?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

6. Die folgenden beiden Aussagen sind wahr: Einige Aliens sind grün und alle anderen sind lila. Grüne Aliens leben nur auf dem Mars. Welcher der folgenden logischen Schlüsse lässt sich daraus ziehen?

(A) Alle Aliens leben auf dem Mars. (B) Auf dem Mars leben nur grüne Aliens.
(C) Einige lila Aliens leben auf der Venus. (D) Alle lila Aliens leben auf der Venus.
(E) Auf der Venus leben keine grünen Aliens.

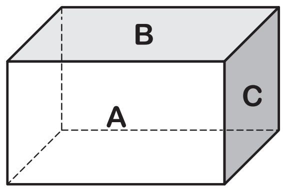


7. Vier identische Rhomben (Rauten) und zwei Quadrate werden wie abgebildet zu einem regelmäßigen Achteck zusammengefügt. Wie groß sind die stumpfen Innenwinkel in den Rhomben?

(A) 135° (B) 140° (C) 144° (D) 145° (E) 150°

8. In einer Schachtel befinden sich 65 Kugeln. Davon sind 8 weiß und die restlichen schwarz. In einem Zug können bis zu 5 Kugeln auf einmal aus der Schachtel entnommen werden. Es ist nicht erlaubt, Kugeln in die Schachtel zurückzulegen. Wie viele Züge müssen mindestens durchgeführt werden um zu garantieren, dass mindestens eine weiße Kugel aus der Schachtel entnommen wird?

(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15



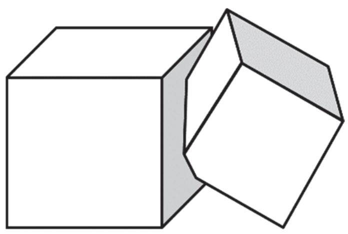
9. Die Seitenflächen des abgebildeten Ziegelsteins haben, wie abgebildet, die Flächeninhalte A, B und C. Wie groß ist das Volumen des Ziegelsteins?

(A) ABC (B) $\sqrt{ABC}$ (C) $\sqrt{AB+BC+CA}$ (D) $\sqrt[3]{ABC}$ (E) $2(A+B+C)$

10. Auf wie viele Arten kann die Zahl 1001 als Summe zweier Primzahlen geschrieben werden?

(A) auf keine Art (B) auf eine Art (C) auf zwei Arten (D) auf drei Arten (E) auf mehr als drei Arten

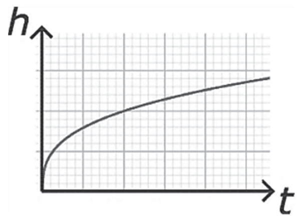
- 4 Punkte Beispiele -

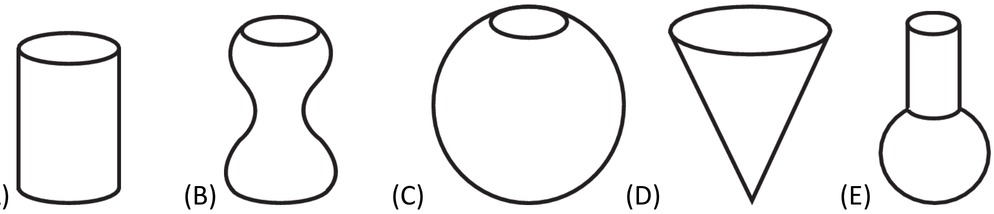


11. Zwei Würfel mit den Volumina V und W schneiden einander wie abgebildet. 90% des Volumens des Würfels mit Volumen V gehört nicht zu beiden Würfeln. 85% des Volumens des Würfels mit Volumen W gehört nicht zu beiden Würfeln. In welcher Beziehung stehen die Volumina der beiden Würfel zueinander?

(A) $V=\frac{2}{3}W$ (B) $V=\frac{3}{2}W$ (C) $V=\frac{85}{90}W$ (D) $V=\frac{90}{85}W$ (E) $V=W$

12. Die fünf abgebildeten Vasen werden mit Wasser gefüllt. Die Füllgeschwindigkeit ist konstant. Für welche der fünf Vasen zeigt der abgebildete Graph die Wasserhöhe h als Funktion der Zeit t?

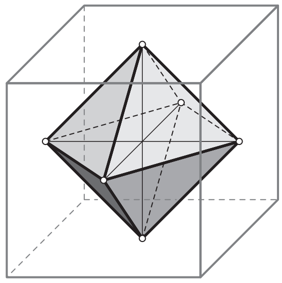




(A) (B) (C) (D) (E)

13. $|\sqrt{17}-5|+|\sqrt{17}+5|=$

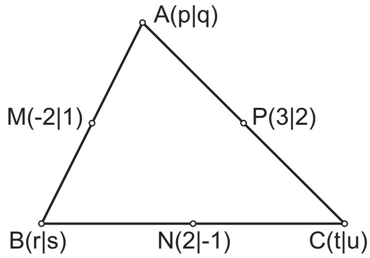
(A) 10 (B) $2\sqrt{17}$ (C) $\sqrt{34}-10$ (D) $10-\sqrt{34}$ (E) 0



14. Ein Oktaeder wird einem Würfel mit der Kantenlänge 1 eingeschrieben. Die Eckpunkte des Oktaeders sind jeweils die Mittelpunkte der Würfelseitenflächen. Wie groß ist das Volumen des Oktaeders?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{6}$ (E) $\frac{1}{8}$

15. Die Eckpunkte A, B, C eines Dreiecks haben wie abgebildet die Koordinaten A(p|q), B(r|s) und C(t|u). Die Mittelpunkte der Dreiecksseiten sind die Punkte M(−2|1), N(2|−1) und P(3|2). Bestimme den Wert des Ausdrucks $p+q+r+s+t+u$.



(A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 5 (E) ein anderer Wert

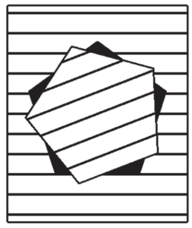
16. Vor dem Fußballspiel Real Madrid gegen Manchester United wurden folgende fünf Prognosen erstellt:

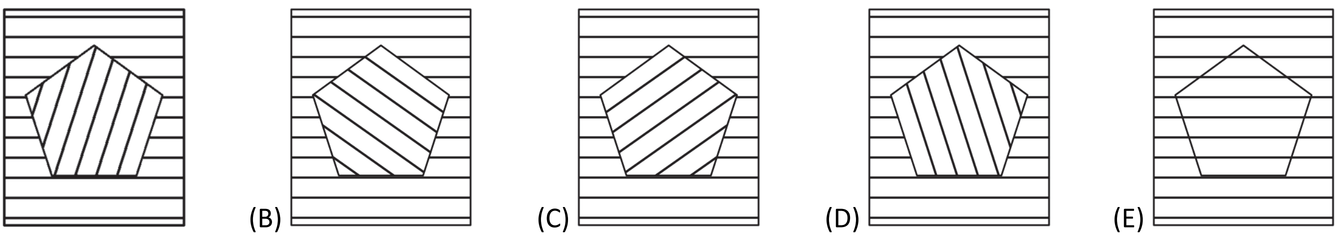
i) Das Spiel wird nicht unentschieden ausgehen.
ii) Real Madrid wird mindestens ein Tor schießen.
iii) Real Madrid wird nicht verlieren.
iv) Real Madrid wird gewinnen.
v) Es werden genau drei Tore im Spiel erzielt.

Es stellt sich heraus, dass genau drei dieser Prognosen auch eintreffen. Wie viele Tore erzielt Real Madrid?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Dies lässt sich nicht eindeutig bestimmen.

17. Aus einem linierten Blatt Papier wird ein regelmäßiges Fünfeck ausgeschnitten. In jedem Schritt wird dann das Fünfeck um seinen Mittelpunkt gegen den Uhrzeigersinn um 21° gedreht. Das Ergebnis nach dem ersten Schritt ist in der Abbildung zu sehen. Welches der Bilder zeigt die Situation, in der das Fünfeck zum ersten Mal das Loch wieder vollständig füllt?

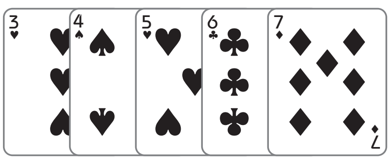




(A) (B) (C) (D) (E)

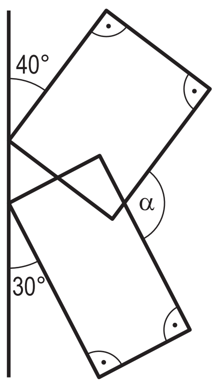
18. Welche der folgenden Zahlen ist kein Teiler von $18^{2017}+18^{2018}$?

(A) 8 (B) 18 (C) 28 (D) 38 (E) 48



19. Drei der abgebildeten Karten werden an Nadia verteilt, und die restlichen an Riny. Nadia multipliziert die 3 Werte ihrer Karten und Riny multipliziert die 2 Werte seiner Karten. Es stellt sich heraus, dass die Summe dieser beiden Produkte eine Primzahl ist. Bestimme die Summe der Werte der Karten von Nadia.

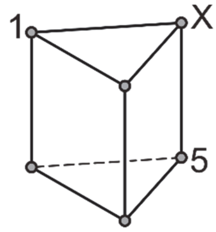
(A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 18



20. Zwei Rechtecke schließen mit der senkrechten Linie die Winkel 40° bzw. 30° ein (siehe Figur). Wie groß ist der Winkel α?

(A) 105° (B) 120° (C) 130° (D) 135° (E) ein anderer Wert

- 5 Punkte Beispiele -



21. Das abgebildete Prisma besitzt zwei Dreiecke und drei Quadrate als Seitenflächen. Die sechs Eckpunkte werden mit den Zahlen von 1 bis 6 nummeriert. Danach ist die Summe der vier Zahlen in den Eckpunkten aller drei Quadrate jeweils gleich. Die Zahlen 1 und 5 sind in der Abbildung vorgegeben. Welche Zahl steht im Eckpunkt X?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) Diese Situation ist unmöglich.

22. m und n sind die Lösungen der Gleichung $x^2 - x - 2018 = 0$. Welchen Wert hat der Ausdruck $n^2 + m$?

(A) 2016 (B) 2017 (C) 2018 (D) 2019 (E) 2020

23. Vier Brüder mit den klingenden Namen *A*, *B*, *C* und *D* sind jeweils verschieden groß. Sie behaupten folgendes:

A: Ich bin weder der Größte noch der Kleinste.
B: Ich bin nicht der Kleinste.
C: Ich bin der Größte.
D: Ich bin der Kleinste.

Genau einer von ihnen lügt. Wer ist der größte Bruder?

(A) *A* (B) *B* (C) *C* (D) *D* (E) Es ist nicht genug Information gegeben um eindeutig zu entscheiden.

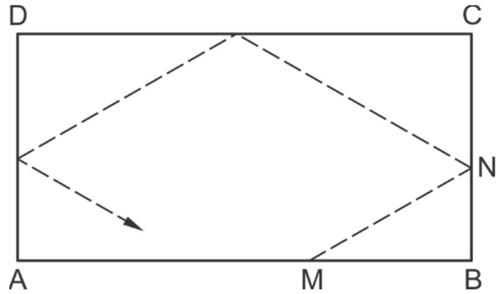
24. Eine Funktion f hat die Eigenschaft, dass $f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$ für alle ganzen Zahlen x und y gilt. Weiters gilt $f(1) = 1/2$. Bestimme den Wert des Ausdrucks $f(0) + f(1) + f(2) + f(3)$.

(A) 1/8 (B) 3/2 (C) 5/2 (D) 15/8 (E) 6

25. Eine quadratische Funktion der Form $f(x) = x^2 + px + q$ schneidet die x-Achse und die y-Achse in drei verschiedenen Punkten. Der Kreis durch diese drei Punkte schneidet den Graph der Funktion *f* in einem vierten Punkt. Wie lauten die Koordinaten dieses vierten Schnittpunkts?

(A) $(0|-q)$ (B) $(p|q)$ (C) $(-p|q)$ (D) $\left(-\frac{q}{p}\middle|\frac{q^2}{p^2}\right)$ (E) $(1|p + q + 1)$

26. Auf einem idealisierten rechteckigen Billardtisch mit den Seitenlängen 3 m und 2 m wird ein (punktförmiger) Ball vom Punkt M auf der langen Seite AB weggeschossen. Er reflektiert wie abgebildet an jeder anderen Seite genau ein Mal. In welchem Abstand vom Eckpunkt A wird der Ball wieder auf diese Seite auftreffen, wenn $BM = 1{,}2\,m$ und $BN = 0{,}8\,m$ gilt?

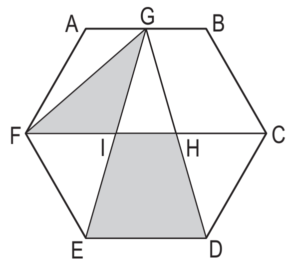


(A) $2\,m$ (B) $1{,}5\,m$ (C) $1{,}2\,m$ (D) $2{,}8\,m$ (E) $1{,}8\,m$

27. Wie viele reelle Lösungen hat die Gleichung $\left||4^x - 3| - 2\right| = 1$?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. Wie in der Abbildung zu sehen, ist ABCDEF ein regelmäßiges Sechseck. G ist der Mittelpunkt von AB. H und I sind die Schnittpunkte der Strecken GD bzw. GE mit FC. Wie groß ist das Verhältnis der Flächen des Dreiecks GIF und des Trapez IHDE?



(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

29. In einer Schulklasse befinden sich um 40 % mehr Mädchen als Burschen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte zweiköpfige Schülerabordnung aus dieser Klasse aus genau einem Mädchen und einem Burschen besteht, ist genau $\frac{1}{2}$. Wie viele Kinder gibt es in der Klasse?

(A) 20 (B) 24 (C) 36 (D) 38 (E) Diese Situation ist nicht möglich.

30. Archimedes hat 15! berechnet. Das Ergebnis steht auf der Tafel. Leider kann man zwei der Ziffern, nämlich die zweite und die zehnte, nicht lesen. Um welche beiden Ziffern handelt es sich?
(Hinweis: Es gilt 15! = 15·14·13·…·2·1)

1■0767436■000

(A) 2 und 0 (B) 4 und 8 (C) 7 und 4 (D) 9 und 2 (E) 3 und 8