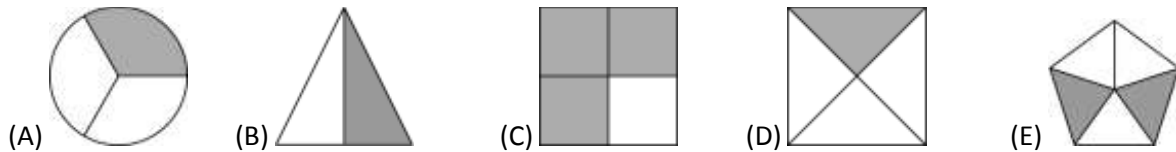


Lösungen Benjamin 2015, Känguru der Mathematik - Österreich

1. In welcher Figur ist genau die Hälfte grau gefärbt?



Lösung: In (A) ist $\frac{1}{3}$ gefärbt, in (B) die Hälfte, in (C) $\frac{3}{4}$, in (D) $\frac{1}{4}$ und in (E) $\frac{2}{5}$. Die richtige Antwort ist also **(B)**.

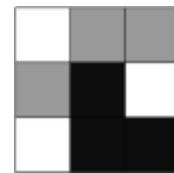
2. Auf der Oberseite meines Schirmes steht das Wort KANGAROO. Welches der folgenden Bilder zeigt nicht meinen Schirm?



Lösung: Im Bild (C) erscheint der Buchstabe "R" spiegelverkehrt. Die richtige Antwort ist also **(C)**.

3. Sam bemalte die 9 kleinen Quadrate in der Figur weiß, grau und schwarz. Wie viele kleine Quadrate muss er mindestens übermalen, damit keine zwei kleinen Quadrate mit gemeinsamer Seite gleiche Farbe haben?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



Lösung: Übermalt er das Quadrat unten in der Mitte grau und das Quadrat oben rechts Schwarz, haben keine zwei kleinen Quadrate mit gemeinsamer Seite die gleiche Farbe. Die richtige Antwort ist also **(A)**.

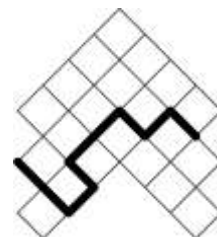
4. Herr Bauer hat 10 Enten. 5 dieser Enten legen jeden Tag ein Ei. Die anderen 5 legen jeden zweiten Tag ein Ei. Wie viele Eier haben die 10 Enten nach 10 Tagen gelegt?

- (A) 75 (B) 60 (C) 50 (D) 25 (E) 10

Lösung: Die 5 Enten, die täglich legen, legen in den 10 Tagen $5 \times 10 = 50$ Eier. Die anderen 5 legen halb so viel, also zusammen 25. Wegen $50 + 25 = 75$ ist die richtige Antwort also **(A)**.

5. In der Figur hat jedes Quadrat einen Flächeninhalt von 4 cm^2 . Welche Länge hat die dicke Linie?

- (A) 16 cm (B) 18 cm (C) 20 cm (D) 21 cm (E) 23 cm

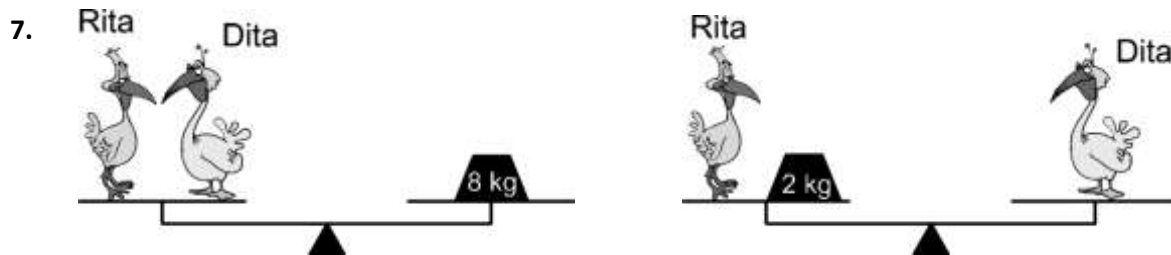


Lösung: Wenn die Fläche eines kleinen Quadrats 4 cm^2 beträgt, hat das kleine Quadrat die Seitenlänge 2 cm. Die dicke Linie besteht aus 9 Quadratseiten. Die Länge der dicken Linie ist also $9 \times 2 \text{ cm} = 18 \text{ cm}$, und die richtige Antwort ist **(B)**.

6. Welcher der folgenden Brüche ist kleiner als 2?

- (A) $\frac{19}{8}$ (B) $\frac{20}{9}$ (C) $\frac{21}{10}$ (D) $\frac{22}{11}$ (E) $\frac{23}{12}$

Lösung: Wenn man die Nenner der Brüche verdoppelt, erhält man $2 \times 8 = 16$, $2 \times 9 = 18$, $2 \times 10 = 20$, $2 \times 11 = 22$ und $2 \times 12 = 24$. Vergleicht man diese Zahlen mit den Zählern, sieht man $16 < 19$, $18 < 20$, $20 < 21$, $22 = 22$ und nur $24 > 23$. Die richtige Antwort ist also **(E)**.



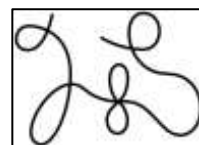
Wie viel wiegt Dita?

- (A) 2 kg (B) 3 kg (C) 4 kg (D) 5 kg (E) 6 kg

Lösung: Dita wiegt 2 kg mehr als Rita, wie man rechts sieht. Da Rita und Dita zusammen 8 kg wiegen, wie man links sieht, würden zwei Ritas um 2 kg weniger als 8 kg wiegen, also 6 kg. Rita wiegt also 3 kg, und Dita somit 5 kg. Die richtige Antwort ist also **(D)**.

8. Peter schaut ein an der Wand hängendes Bild mit einer Lupe genauer an. Welchen Ausschnitt kann er nicht sehen?

- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 



Lösung: Ausschnitt (A) sieht er bei der Kreuzung links oben. (B) sieht er rechts oben, (C) in der Mitte unten und (D) links unten. Bild (E) kann er nicht sehen. Die richtige Antwort ist also **(E)**.

- 4 Punkte Beispiele -

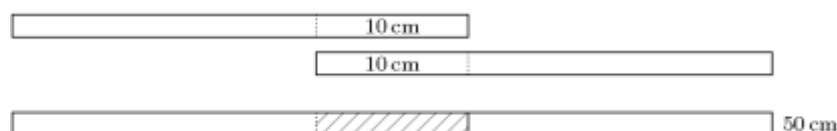
9. Jede Pflanze in John's Garten hat entweder genau 5 Blätter oder genau 2 Blätter und eine Blüte. Insgesamt haben die Pflanzen 6 Blüten und 32 Blätter. Wie viele Pflanzen wachsen im Garten?



- (A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 16

Lösung: 6 Pflanzen haben 6 Blüten und somit 12 Blätter. Es bleiben also noch $32 - 12 = 20$ Blätter, und diese sind auf $20:5 = 4$ Pflanzen. Zusammen gibt es also $6 + 4 = 10$ Pflanzen. Die richtige Antwort ist also **(A)**.

10. Andrea hat 4 gleich große Papierstreifen. Wenn sie zwei mit einer Überlappung von 10 cm zusammenklebt, erhält sie einen Streifen mit 50 cm Länge.

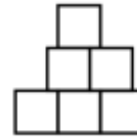


Mit den anderen beiden Papierstreifen möchte sie einen 56 cm langen Streifen herstellen. Wie lang muss die Überlappung sein?

- (A) 4 cm (B) 6 cm (C) 8 cm (D) 10 cm (E) 12 cm

Lösung: Bei den ersten beiden Streifen verteilen sich die $50 - 10 = 40$ cm, die nicht zur Überlappung gehören zu gleichen Teilen auf die beiden Streifen. Die Länge eines Streifens ist also $40:2 + 10 = 30$ cm. Da $56 - 30 = 26$ cm ist, müssen für eine Gesamtlänge von 56 cm vom zweiten Streifen genau $30 - 26 = 4$ cm Überlappend verpickt werden. Die Antwort ist also **(A)**.

11. Thomas hat aus 6 Quadraten mit der Seitenlänge 1 folgende Figur gelegt.
Welchen Umfang besitzt die Figur?



- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

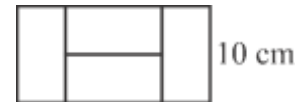
Lösung: Auf jede der drei Seiten der Figur ist die Gesamtlänge der freien Teilstücke immer dreimal so lang wie eine Quadratseite. Zusammen hat die Figur also den Umfang $3 \times 4 = 12$, und die Antwort ist **(D)**.

12. Maria schreibt jeden Tag das Datum auf und summiert danach die dabei auftretenden Ziffern.
Zum Beispiel heute, am 23. März, schreibt sie: 23. 03. und rechnet: $2 + 3 + 0 + 3 = 8$.
Welche größte Summe kann sie auf diese Weise während eines Jahres erreichen?

- (A) 7 (B) 13 (C) 14 (D) 16 (E) 20

Lösung: Die größte Monatszahl ergibt sich im September mit 09, wegen $0 + 9 = 9$. (Dezember hat wegen $1 + 2 = 3$ viel weniger.) Der Tag mit der höchsten Ziffernsumme ist der 29. wegen $2 + 9 = 11$. Die größte Summe ist also am 29.09. mit $2 + 9 + 0 + 9 = 20$, und die Antwort ist **(E)**.

13. Ein Rechteck besteht aus 4 gleich großen kleinen Rechtecken.
Die kürzere Seite hat die Länge 10 cm. Wie lang ist die längere Seite?



- (A) 40 cm (B) 30 cm (C) 20 cm (D) 10 cm (E) 5 cm

Lösung: In der Mitte der Figur sieht man, dass die Längere Seite der stehenden Rechtecke gleich lang ist wie die zwei kurzen Seiten der liegenden Rechtecke. Die längere Seite ist also so lang wie zwei kurze, und somit $10 + 10 = 20$ cm. Die richtige Antwort ist also **(C)**.

14. Auf der Feldstraße gibt es 9 nebeneinanderstehende Häuser. In jedem Haus lebt zumindest eine Person. Je zwei benachbarte Häuser haben in Summe maximal 6 Bewohner.
Wie viele Bewohner wohnen höchstens in der Feldstraße?

- (A) 23 (B) 25 (C) 27 (D) 29 (E) 31

Lösung: Wohnen in den ersten 8 Häusern in jeweils 2 Häusern je 6 Personen, so wohnen in diesen 8 Häusern zusammen $4 \times 6 = 24$ Personen. Im letzten Haus können höchstens 5 Personen wohnen, da bei 6 Personen niemand im Nachbarhaus wohnen würde. Das macht zusammen höchstens $24 + 5 = 29$ Personen. Dies ist auch möglich mit der Verteilung 5-1-5-1-5-1-5-1-5. Die richtige Antwort ist also **(D)**.

15. Lucy und ihre Mutter wurden im Jänner geboren. Heute, am 23. März 2015, addiert Lucy ihr Geburtsjahr, das ihrer Mutter, sowie ihr Alter und das ihrer Mutter. Welches Ergebnis erhält sie?

- (A) 4028 (B) 4029 (C) 4030 (D) 4031 (E) 4032

Lösung: Egal in welchem Jahr Lucy geboren wurde, ist die Summe von ihrem Geburtsjahr und ihrem Alter sicher 2015. (Ist sie z.B. 2005 geboren, so hatte sie in diesem Jahr ihren 10. Geburtstag, und es

gilt $2005 + 10 = 2015$.) Dies gilt auch für ihre Mutter. Lucy erhält also die Zahl $2015 + 2015 = 4030$, und die richtige Antwort ist **(C)**.

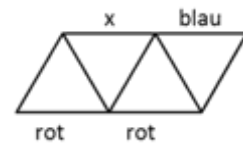
16. Der Flächeninhalt eines Rechtecks beträgt 12 cm^2 . Die Längen der Seiten sind natürliche Zahlen. Welchen Umfang kann das Rechteck haben?

- (A) 20 cm (B) 26 cm (C) 28 cm (D) 32 cm (E) 48 cm

Lösung: Mit der Fläche 12 cm^2 hat das Rechteck sicher die Maße 1×12 , 2×6 oder 3×4 . Im ersten Fall ist der Umfang $2(1 + 12) = 26$, im zweiten $2(2 + 6) = 16$ und im dritten $2(3 + 4) = 14$. Die einzige unter den angebotenen Möglichkeiten ist somit 26 cm, also **(B)**.

- 5 Punkte Beispiele -

17. Jede der 9 Dreiecksseiten in der Abbildung wird entweder blau, grün oder rot gefärbt. Drei der Strecken sind bereits gefärbt. Welche Farbe kann die Strecke mit dem x haben, wenn jedes Dreieck aus drei verschieden gefärbten Seiten bestehen muss?



- (A) nur blau (B) nur grün (C) nur rot
(D) Jede der drei Farben ist möglich. (E) Die beschriebene

Färbung ist nicht möglich.

Lösung: Die gemeinsame Seite der beiden rechten Dreiecke muss, wie im Bild zu sehen, grün sein, weil sie weder blau noch rot sein darf. Somit ist, wie im zweiten Bild zu sehen, die mittlere Seite blau, weil sie die dritte Seite eines Dreiecks mit einer grünen und einer roten Seite ist. Dann sieht man aber im unteren Bild, dass die gemeinsame Seite der beiden linken Dreiecke grün sein muss, und somit die obere gefragte Seite rot. Die richtige Antwort ist also **(C)**.



18. In einem Sack befinden sich 3 grüne Äpfel, 5 gelbe Äpfel, 7 grüne Birnen und 2 gelbe Birnen. Sebastian nimmt ohne hinzusehen einen Apfel oder eine Birne aus dem Sack. Wie viele Früchte muss er mindestens aus dem Sack nehmen um sicher zu gehen, zumindest einen Apfel und eine Birne mit der gleichen Farbe entnommen zu haben?

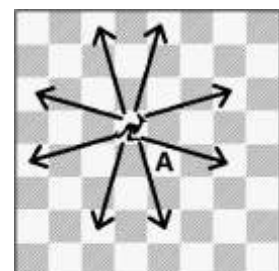
- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

Lösung: Er könnte im schlechtesten Fall alle 5 gelben Äpfel und alle 7 grünen Birnen nehmen, ohne einen Apfel und eine Birne mit der gleichen Farbe zu haben. Mit dem nächsten Stück Obst hat er sicher einen Apfel und eine Birne mit der gleichen Farbe. Will er also sicher gehen, muss er $5 + 7 + 1 = 13$ Früchte aus dem Sack nehmen. Die richtige Antwort ist also **(E)**.

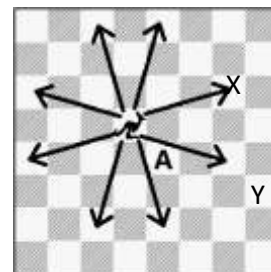
19. Für das Schachspiel wird eine neue Figur, das Känguru, erfunden. Bei jedem Sprung springt das Känguru entweder 3 Quadrate senkrecht und 1 waagrecht, oder 3 waagrecht und 1 senkrecht, wie in der Abbildung zu sehen ist.

Wie viele Sprünge muss das Känguru mindestens machen, um von der derzeitigen Position zur Position A zu gelangen?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



Lösung: Mit 2 Sprüngen ist es nicht möglich, da das Feld A von keinem der Felder mit einer Pfelspitze erreichbar ist. Mit 3 Sprüngen ist es aber möglich, zum Beispiel vom Ausgangspunkt P am Weg P – X – Y – A. Die richtige Antwort ist also **(B)**.

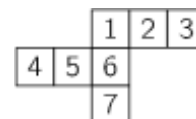


20. Sarah kaufte sich drei Bücher. Für das erste Buch bezahlte sie die Hälfte ihres Geldes und noch 1 Euro mehr. Für das zweite Buch bezahlte sie die Hälfte des übriggebliebenen Geldes und noch 2 Euro mehr. Für das dritte Buch bezahlte sie wieder die Hälfte des übriggebliebenen Geldes und 3 Euro mehr. Dann hatte sie ihr ganzes Geld ausgegeben. Wie viel Geld hatte sie zu Beginn?

- (A) 45 € (B) 36 € (C) 34 € (D) 33 € (E) 30 €

Lösung: Für das dritte Buch bezahlte sie € 6. (Die zweite Hälfte ihres Geldes waren €3, also auch die erste Hälfte.) Daher war vor Bezahlung für das zweite Buch um € 2 mehr als € 6 genau die Hälfte ihres Geldes, also hatte sie $2(\text{€ } 2 + \text{€ } 6) = \text{€ } 16$. Auf dieselbe Art waren vor Bezahlung des ersten Buches genau um € 1 mehr als € 16 die Hälfte ihres Geldes. Sie hatte also zu Beginn $2(\text{€ } 1 + \text{€ } 16) = \text{€ } 34$, und die richtige Antwort ist **(C)**.

21. Nina möchte aus einem Papiernetz einen Würfel basteln. Versehentlich zeichnete sie 7 Quadrate anstatt 6 Quadrate. Welches Quadrat kann sie vom Netz entfernen, damit die verbleibenden 6 Quadrate zusammenhängen und sie aus diesem veränderten Netz einen Würfel falten kann?



- (A) nur 4 (B) nur 7 (C) nur 3 oder 4 (D) nur 3 oder 7 (E) nur 3, 4 oder 7

Lösung: Hält Nina die Seite 6 fest, faltet sie die Seiten 7, 5 und 1 senkrecht hinauf. 4 liegt dann oben. 2 faltet sie vor, und somit fällt 3 mit 7 zusammen. Sie kann wahlweise 3 oder 7 entfernen, und hat immer noch einen vollständigen Würfel. Die richtige Antwort ist also **(D)**.

22. Ein Zug setzt sich aus 12 Waggon zusammen. Jeder Waggon hat gleich viele Abteile. Mike sitzt im dritten Waggon und im 18. Abteil hinter der Lokomotive. Johanna sitzt im 7. Waggon und im 50. Abteil hinter der Lokomotive. Wie viele Abteile besitzt ein Waggon?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 12

Lösung: Wenn das 18. Abteil im dritten Waggon ist, hat jeder Waggon höchstens 8 Abteile. (Bei 9 Abteilen in jedem Waggon wäre das 18. Abteil im 2. Waggon.) Da das 50. Abteil im 7. Waggon ist sieht man auch, dass jeder Waggon mindestens 8 Abteile hat, da bei nur 7 Abteilen in jedem Waggon das 50. Abteil im 8. Waggon wäre. Da also jeder Waggon gleichzeitig mindestens als auch höchstens 8 Waggon hat, ist die richtige Antwort **(B)**.

23. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die drei Kängurus in drei verschiedene Quadrate so zu stellen, dass kein Känguru einen unmittelbaren Nachbarn hat?



- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

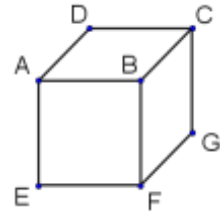
Lösung: Es gibt genau die abgebildeten 10 Möglichkeiten.

X		X		X		
X		X			X	

X		X				X
X			X		X	
X			X			X
X				X		X
	X		X		X	
	X		X			X
	X			X		X
		X		X		X

Die richtige Antwort ist also (D).

24. Maria schreibt auf jede Fläche des Würfels eine Zahl. Danach addiert sie für jeden Eckpunkt die Zahlen auf den Flächen, die in diesem Eckpunkt zusammenstoßen. (Für den Eckpunkt B addiert sie also die Zahlen der Flächen BCDA, BAEF und BFGC.) Auf diese Weise erhält sie für den Eckpunkt C die Summe 14, für den Eckpunkt D 16 und für den Eckpunkt E 24. Welchen Wert erhält sie für den Eckpunkt F?



- (A) 15 (B) 19 (C) 22 (D) 24 (E) 26

Lösung: Wir bezeichnen die Zahl auf ABCD als p , auf ABEF als q , auf BCGF als r , auf CDHG als s , auf DAEH als t und auf EFGH als u . Wir wollen die Summe der Zahlen in F wissen, also den Wert von $q+r+u$. Wir kennen den Wert in C: $p+r+s = 14$, den Wert in D: $p+s+t = 16$ und den Wert in E: $q+t+u = 24$. Wegen $(q+r+u) + (p+s+t) = (p+r+s) + (q+t+u)$ gilt also $(q+r+u) + 16 = 14 + 24$, und somit $q+r+u = 22$. Die richtige Antwort ist also (C).