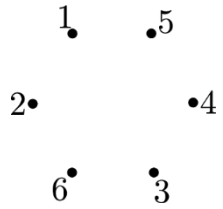
Känguru der Mathematik 2022
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Lösungen

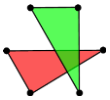
– Lösungsvektor –

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
E	E	B	D	B	C	A	D	C	C	E	D	A	C	B	A	D	D	C	E	B	C	D	D

- 3 Punkte Beispiele -

1. Sechs Punkte werden, wie rechts zu sehen, angeordnet und nummeriert.
Man zeichnet zwei Dreiecke: eines, bei dem man die Punkte mit geraden Zahlen verbindet, und eines, bei dem man die Punkte mit ungeraden Zahlen verbindet.
Welche der folgenden Figuren entsteht?

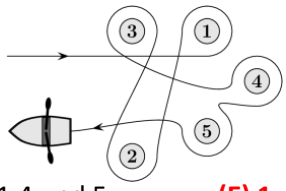


(A) (B) (C) (D) **(E)** 

Lösung: 1, 3 und 5 sind ungerade Zahlen; 2, 4 und 6 sind gerade Zahlen. Verbindet man die ungeraden miteinander und die geraden miteinander, dann erhält man die Lösung **E**.

2. Eva paddelt mit ihrem Boot um fünf Bojen (siehe Bild).

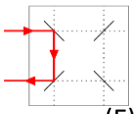
Um welche Bojen paddelt sie gegen den Uhrzeigersinn?

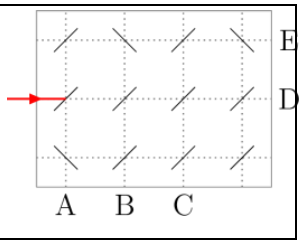


(A) 1 und 4 (B) 2,3 und 5 (C) 2 und 3 (D) 1,4 und 5 **(E) 1 und 3**

Lösung: Wenn Eva um eine Boje gegen den Uhrzeigersinn paddelt, dann befindet sich die Boje auf ihrer linken Seite. Sie hat nur die Boje **1 und 3** auf ihrer linken Seite.

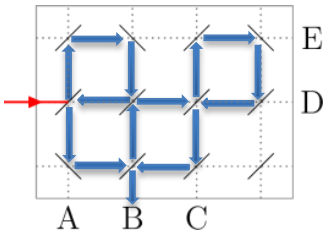
3. Die beidseitigen Spiegel reflektieren die Laserstrahlen wie im linken kleinen Bild gezeigt.
Bei welchem Buchstaben verlässt der Laserstrahl das rechte Bild?





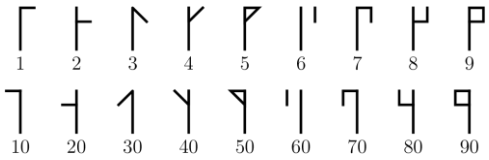
(A) A **(B) B** (C) C (D) D (E) E

Lösung:



Der Laserstrahl verlässt bei **B** das rechte Bild.

4. Im 13. Jahrhundert hatten Mönche folgende Zahlenschreibweise:
Für die Zahlen von 1 bis 99 verwendeten sie die hier aufgeschriebenen Zahlenzeichen oder eine Kombination von zwei dieser Zeichen.
Z.B. sah die Zahl 24 so aus, die Zahl 81 so und die Zahl 93 so .
Wie sah die Zahl 45 aus?



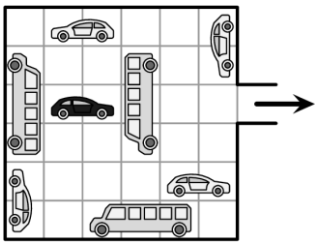
(A) (B) (C) **(D)** (E)

Lösung: 45 = 40 + 5. Verbindet man das Zahlenzeichen für 40: und 5: , so entsteht **45**: .

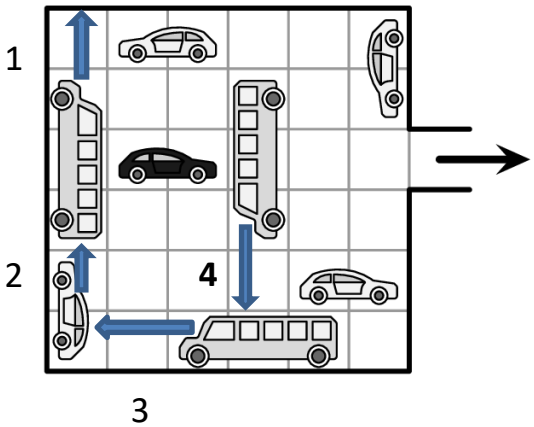
5. Murmeln werden in 5er, 10er oder 25er Packungen verkauft. Tom kauft genau 95 Murmeln.
Wie viele Packungen muss Tom mindestens kaufen?
(A) 4 **(B) 5** (C) 7 (D) 8 (E) 10

Lösung: Um die kleinste Anzahl an Packungen zu erhalten, muss Tom mit den Packungen mit der größten Anzahl beginnen, also mit den 25iger Packungen. 95 = 25 + 25 + 25 + 10 + 10. Er benötigt daher mindestens **5** Packungen.

6. Alle Fahrzeuge in der Garage können nur vorwärts oder rückwärts fahren.
Das schwarze Auto soll die Garage verlassen können (siehe Bild).
Wie viele graue Fahrzeuge müssen mindestens ein Stück fahren, damit dies möglich ist?
(A) 2 (B) 3 **(C) 4** (D) 5 (E) 6



Lösung:

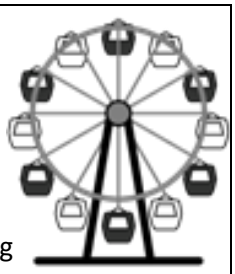


Die Autos müssen, wie an den Pfeilen zu sehen ist, in dieser Reihenfolge bewegt werden.

7. Bodil legt diese sieben Karten 4 69 113 9 51 5 67 so aneinander,
dass die kleinste 12-stellige Zahl entsteht, die er mit diesen Karten bilden kann.
Wie lauten die letzten drei Ziffern dieser Zahl?
(A) 699 (B) 113 (C) 551 (D) 967 (E) 459

Lösung: Um die kleinste Zahl zu erhalten, müssen die größten Ziffern möglichst weit rechts und die kleinsten möglichst weit links stehen. Rechts kommen daher nur die Karten 69, 9, 67 in Frage. Die letzten drei Ziffern der Zahl lauten somit **699**.

8. Wie weit muss sich das Riesenrad drehen, damit das erste Mal eine weiße Gondel oben steht?



(A) $\frac{1}{2}$ Drehung (B) $\frac{1}{3}$ Drehung (C) $\frac{1}{6}$ Drehung **(D) $\frac{1}{12}$ Drehung** (E) $\frac{5}{6}$ Drehung

Lösung: Das Riesenrad besteht aus 12 Gondeln, wobei diese abwechselnd schwarz und weiß sind. Daher kommt nach einer $\frac{1}{12}$ **- Drehung** des Riesenrads eine weiße Gondel nach oben.

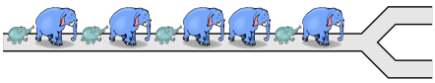
- 4 Punkte Beispiele -

9. Im abgebildeten Quadrat *ABCD* sind die Seiten 10 cm lang.
Welchen Flächeninhalt haben die grauen Flächen insgesamt?

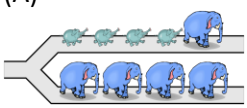
(A) 40 cm² (B) 45 cm² **(C) 50 cm²** (D) 55 cm² (E) 60 cm²

Lösung: Der Flächeninhalt des Quadrats beträgt 100 cm². Es gibt von jeder Art der Flächenstücke gleich viele weiße wie graue. Damit ist genau die Hälfte des Quadrats grau gefärbt, das sind **50 cm²**.

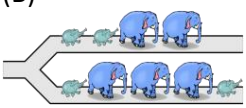
10. Fünf große und vier kleine Elefanten marschieren entlang eines Weges.
Da der Weg schmal ist, können die Elefanten ihre Reihenfolge nicht ändern.
Bei der Weggabelung geht jeder Elefant entweder nach rechts oder links.
Welche der folgenden Situationen kann nicht entstehen?



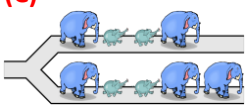
(A)



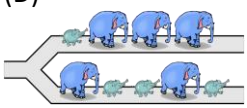
(B)



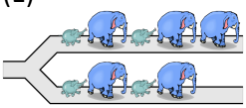
(C)



(D)

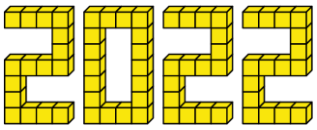


(E)



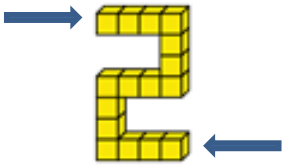
Lösung: Vor der Weggabelung marschierte ein kleiner Elefant als letzter. Das bedeutet, dass nach der Weggabelung auf mindestens einem der Wege ebenso ein kleiner Elefant als letzter marschieren muss. Lösung **C** ist somit nicht möglich.

11. Marc baut durch Zusammenkleben von 66 gleich großen Würfeln die Zahl 2022 wie im Bild zu sehen. Danach bemalt er die gesamte Oberfläche seines Werkes.
Bei wie vielen der 66 Würfel hat Marc genau vier Flächen bemalt?

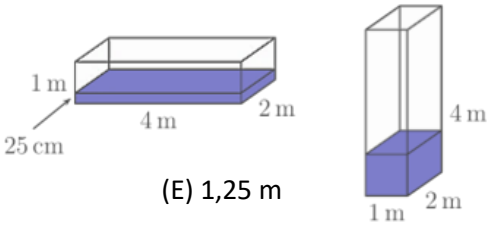


(A) 16 (B) 30 (C) 46 (D) 54 **(E) 60**

Lösung: Jeder gebaute „Zweier“ hat an beiden Enden einen Würfel, bei dem mehr als vier Flächen bemalt sind. Die Ziffer 0 hat keine Würfel, bei denen mehr als vier Flächen bemalt sind, daher werden genau $66 - 3 \cdot 2 = \mathbf{60}$ Würfel bemalt.



12. In einem quaderförmigen Wassertank mit den Maßen 4 m x 2 m x 1 m steht das Wasser 25 cm hoch.
Der Tank wird nun gekippt (siehe rechtes Bild).
Wie hoch steht das Wasser jetzt im Tank?

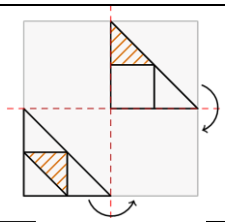


(A) 25 cm (B) 50 cm (C) 75 cm **(D) 1 m** (E) 1,25 m

Lösung: Im linken Tank sind $4 \cdot 2 \cdot 0{,}25 = 2\ \mathrm{m}^3$ Wasser. Durch das Kippen des Tanks ändert sich das Volumen des Wassers nicht und beträgt daher ebenso $2\ \mathrm{m}^3$. Die Höhe kann durch: $2 \div (1 \cdot 2) = \mathbf{1\ m}$ berechnet werden.

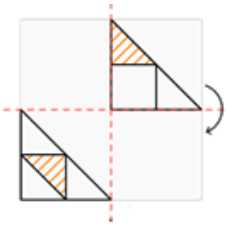
Oder:
Der linke Tank ist bis zum Viertel der Höhe mit Wasser gefüllt. Durch das Kippen ändert sich weder am Volumen des Tanks noch am Volumen des Wassers etwas. Daher muss auch der rechte Tank zu einem Viertel mit Wasser gefüllt sein. Daher steht das Wasser **1 m** hoch ($4\ \mathrm{m} : 4 = 1\ \mathrm{m}$)

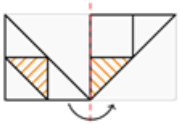
13. Auf einer quadratischen durchsichtigen Folie ist eine Grafik zu sehen.
Die Folie wird zweimal, wie im Bild gezeigt, gefaltet.
Wie sieht die Folie aus, nachdem sie zweimal gefaltet wurde?



(A) (B) (C) (D) (E)

Lösung: Die Folie soll zweimal gefaltet werden (siehe rechts).



Nach der ersten Faltung sieht die Folie nun so aus: 

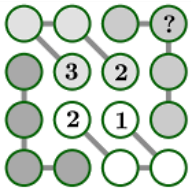
Nach der zweiten Faltung erhält man:

Lösung **A** ist richtig.

14. Die Jahreszahl 2022 enthält drei gleiche Ziffern.
Schildkröte Eva erlebt nun schon zum dritten Mal ein Jahr mit einer Jahreszahl, in der eine gleiche Ziffer drei Mal vorkommt.
Wie alt wird die Schildkröte Eva heuer mindestens?
(A) 20 (B) 22 **(C) 23** (D) 56 (E) 134

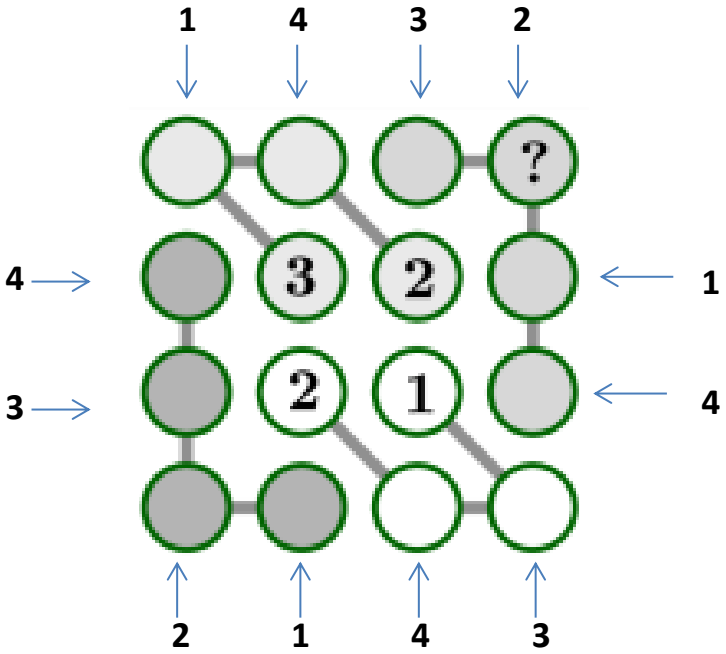
Lösung: Folgende Jahre haben drei Mal dieselben Ziffern: 2022, 2000 und 1999. $2022 - 1999 = 23$. Die Schildkröte Eva wird heuer mindestens **23** Jahre alt.

15. In der Zeichnung sind je vier Kreise durch Linien zu Viererketten verbunden.
In jeder Reihe, jeder Spalte und jeder Viererkette stehen genau die Zahlen 1, 2, 3 und 4.



Welche Zahl steht im Kreis mit dem Fragezeichen?
(A) 1 **(B) 2** (C) 3 (D) 4 (E) Das kann man nicht bestimmen.

Lösung: In der ersten Reihe fehlen für die beiden ersten Kreise entweder die Zahlen 1 – 4 oder 4 – 1. In der letzten Reihe fehlen für die beiden fehlenden Kreise 3 – 4 oder 4 – 3. Deshalb darf die Zahl 3 nicht für das Fragezeichen verwendet werden. Im Kreis mit dem Fragezeichen steht deshalb die Zahl **2**.



16. Lisa hat vier unterschiedlich schwere Hunde. Jeder Hund wiegt eine ganze Zahl in Kilogramm.
Alle Hunde zusammen wiegen 60 kg. Der zweitschwerste Hund wiegt 28 kg.
Wie viel Kilogramm wiegt der drittschwerste Hund?
(A) 2 kg (B) 3 kg (C) 4 kg (D) 5 kg (E) 6 kg

Lösung: Der zweitschwerste Hund wiegt 28 kg, der schwerste Hund könnte 29 kg wiegen. $28 + 29 = 57$. Die beiden schwersten Hunde wiegen bereits 57 kg. Alle Hunde zusammen wiegen 60 kg, somit bleiben für die beiden leichten Hunde nur mehr 3 kg übrig. Der drittschwerste Hund kann aber nicht 3 kg wiegen, da sonst der leichteste Hund 0 kg wiegen müsste, was nicht möglich ist. Damit muss der drittschwerste Hund **2 kg** wiegen, und der leichteste Hund wiegt 1 kg. $29 + 28 + 2 + 1 = 60\,\text{kg}$.

- 5 Punkte Beispiele -

17. Einige gleiche Gläser werden übereinandergestapelt.
Ein Stapel mit acht Gläsern ist 42 cm hoch. Ein Stapel mit zwei Gläsern ist 18 cm hoch.
Wie hoch ist ein Stapel mit sechs Gläsern?

(A) 22 cm (B) 24 cm (C) 28 cm **(D) 34 cm** (E) 40 cm

Lösung: Die Differenz der Höhe des Stapels mit 8 Gläsern und des Stapels mit 2 Gläsern beträgt $42 - 18 = 24$ cm. Ein Glas, das einem Stapel hinzugefügt wird, erhöht den Stapel daher um $24 \text{ cm} : 6 = 4$ cm. Wir müssen 4 Gläser zum kleinen Stapel hinzufügen, um einen Stapel mit 6 Gläsern zu erhalten.
Daher wird der Stapel $18 \text{ cm} + 4 \cdot 4 \text{ cm} = \mathbf{34\ cm}$.

18. Die Bushaltestellen der Dörfer A, B, C und D liegen in dieser Reihenfolge entlang einer Straße.
Die Entfernung zwischen zwei Haltestellen benachbarter Dörfer beträgt 10 km.
Im Dorf A wohnen 10 Kinder, im Dorf B 20, im Dorf C 30 und im Dorf D 40. Alle Kinder fahren mit dem Bus in die Schule.
Eine neue Schule soll gebaut werden. Um einen geeigneten Ort zu finden, addiert man die Kilometer, die jedes Kind im Bus zurücklegt. Man baut die Schule an jener Stelle, an der diese Summe am kleinsten ist.
Wo wird die neue Schule gebaut?

(A) in A (B) in B **(C) in der Mitte von B und C** (D) in C (E) in D

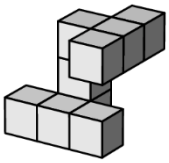
Lösung:

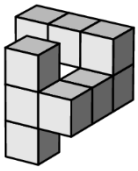
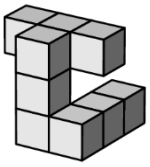
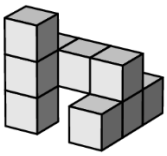
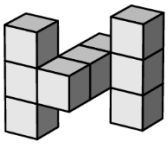
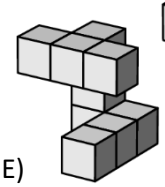
Folgende Strecken ergeben sich durch die Lage der Schule für den Hin- und Retourweg:

Dorf D: $10 \cdot 30 \cdot 2 + 20 \cdot 20 \cdot 2 + 30 \cdot 10 \cdot 2 = 2000$ km
Dorf C: $10 \cdot 20 \cdot 2 + 20 \cdot 10 \cdot 2 + 40 \cdot 10 \cdot 2 = 1600$ km
in der Mitte von B und C: $10 \cdot 15 \cdot 2 + 20 \cdot 5 \cdot 2 + 30 \cdot 5 \cdot 2 + 40 \cdot 15 \cdot 2 = 2000$ km
Dorf B: $10 \cdot 10 \cdot 2 + 30 \cdot 10 \cdot 2 + 40 \cdot 20 \cdot 2 = 2400$ km
Dorf A: $20 \cdot 10 \cdot 2 + 30 \cdot 20 \cdot 2 + 40 \cdot 30 \cdot 2 = 4000$ km

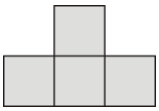
Die geringsten Fahrwege ergeben sich, wenn die Schule im Ort **C** gebaut wird.

19. Anna hat mehrere gleich große Würfel zu einem Objekt zusammengeklebt (siehe rechtes Bild).
Welches der folgenden Bilder zeigt eine andere Ansicht dieses Objekts?



(A)  (B)  **(C)**  (D)  (E) 

Lösung: Das ursprüngliche Objekt besteht aus zwei „T-Stücken“ (siehe rechts).
Nur im Objekt C und D kommen ebenfalls zwei „T-Stücke“ vor. Wenn man das ursprüngliche Objekt um 90° rechtsherum dreht, erhält man **C**.

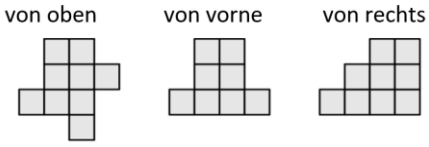


20. Werner fügt in die leeren Quadrate $\square + \square - \square = \square$ auf verschiedene Arten Zahlen so ein, dass die Rechnung richtig ist. Er verwendet jeweils vier der Zahlen 2, 3, 4, 5 oder 6, wobei bei jeder Rechnung jede Zahl nur einmal vorkommt.
Wie viele der fünf Zahlen darf Werner dabei in das graue Quadrat schreiben?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 **(E) 5**

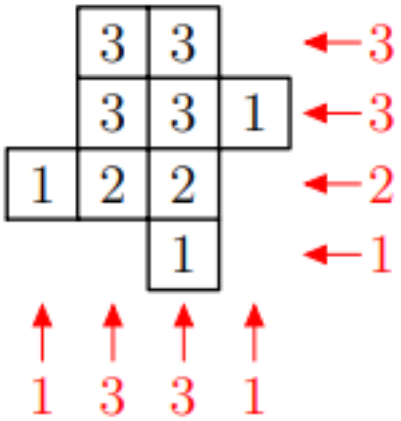
Lösung: Man kann alle fünf Zahlen für das graue Quadrat auf der rechten Seite verwenden. Folgende Rechnungen sind möglich: $3 + 5 - 6 = 2$, $2 + 6 - 5 = 3$, $2 + 5 - 3 = 4$, $2 + 6 - 3 = 5$, $3 + 5 - 2 = 6$. Lösung **E**.

21. Ein Bauwerk besteht aus gleich großen Würfeln.
Die drei Bilder zeigen dieses von oben, von vorne und von rechts.
Wie viele Würfel sind für dieses Bauwerk maximal verwendet worden?



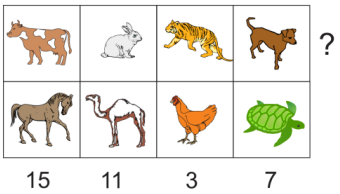
(A) 18 **(B) 19** (C) 20 (D) 21 (E) 22

Lösung:



Die Anzahl der roten Zahlen gibt die größtmögliche Anzahl der Würfel an, die sich in einem Quadrat befinden können, wenn alle Ansichten berücksichtigt wurden. Addiert man die Anzahl der Würfel, die sich dadurch ergeben, erhält an: $3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 = \mathbf{19}$.

22. Jedes Tier im Bild rechts steht für eine natürliche Zahl größer als Null.
Verschiedene Tiere stellen verschiedene Zahlen dar.
Die Summe der beiden Zahlen einer Spalte steht jeweils unter dieser Spalte.
Welchen Wert kann die Summe der vier Zahlen in der oberen Reihe maximal haben?



(A) 18 (B) 19 **(C) 20** (D) 21 (E) 22

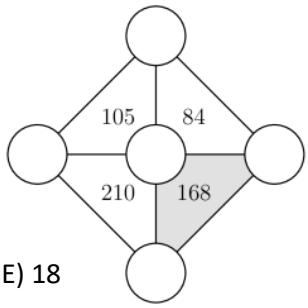
Lösung: In der dritten Spalte ergibt die Summe der beiden Zahlen die Zahl 3, deshalb kann sich die Summe 3 nur aus: $3 = 1 + 2$ ergeben. Die vierte Spalte liefert die Summe 7, und da 1 und 2 schon vergeben sind, ergibt sich: $7 = 3 + 4$. Betrachtet man die zweite Spalte, muss die Summe 11 durch die Summe 5 und 6 gebildet werden: $11 = 5 + 6$. Die erste Summe wird durch $15 = 7 + 8$ berechnet. Die Summe in der ersten Zeile kann sich daher nur aus jeweils der größeren Zahl der Summen bilden, was Folgendes bedeutet: $2 + 4 + 6 + 8 = \mathbf{20}$.

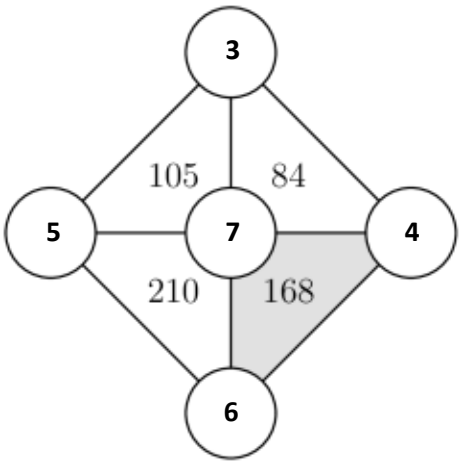
23. 30 Personen sitzen um einen runden Tisch. Einige von ihnen tragen einen Hut.
Diejenigen, die keinen Hut tragen, müssen die Wahrheit sagen.
Jene, die einen Hut tragen, können entweder die Wahrheit sagen oder lügen.
Alle behaupten: „Zumindest eine meiner beiden benachbarten Personen trägt einen Hut."
Ermittle die größtmögliche Anzahl jener Personen, die keinen Hut tragen.

(A) 5 (B) 10 (C) 15 **(D) 20** (E) 25

Lösung: Zumindest einer von drei Nachbarn könnte keinen Hut tragen, was bedeutet, dass es zumindest 10 Personen gibt, die keinen Hut tragen. Folgende Reihenfolge wäre möglich: kHHkHHkHHkHH… (H steht für Hut, k steht für keinen Hut). Daher gibt es maximal **20** Personen, die einen Hut tragen.

24. Kai muss die Zahlen 3, 4, 5, 6 und 7 in die fünf Kreise der Abbildung rechts folgendermaßen eintragen: Die in einem Dreieck angegebene Zahl muss das Produkt der drei Zahlen sein, die in den Eckpunkten dieses Dreiecks stehen. Wie groß ist die Summe der Zahlen in den Eckpunkten des Dreiecks mit der Zahl 168?



(A) 12 (B) 14 (C) 15 **(D) 17** (E) 18

Lösung: Jede Zahl in der Abbildung ist durch 7 teilbar, deshalb steht die Zahl 7 im Kreis in der Mitte. Im Kreis auf der linken Seite muss die Zahl 5 stehen, da nur 105 und 210 durch 5 teilbar sind. Als nächstes kann man die Zahl im obersten Kreis einfügen, indem man $105 \div (7 \cdot 5) = 3$ berechnet. Ebenso ergibt: $210 \div (7 \cdot 5) = 6$. Die Zahl 6 steht im Kreis unten, somit steht im Kreis rechts die Zahl 4. Die Summe der drei Zahlen lautet: $7 + 6 + 4 = \mathbf{17}$.